Энгельсский технологический институт (филиал) федерального государственного
бюджетного образовательного учреждения
высшего образования
«Саратовский государственный технический университет имени Гагарина Ю.А.»

Кафедра «Естественных и математических наук»

ФИЗИКА

Методические указания к
выполнению лабораторной работы

“ОПРЕДЕЛЕНИЕ ЕМКОСТИ КОНДЕНСАТОРОВ С ПОМОЩЬЮ МОСТА СОТТИ”

для студентов направлений

09.03.01 «Информатика и вычислительная техника»
09.03.04 «Программная инженерия»
15.03.02 «Технологические машины и оборудование»
15.03.05 «Конструкторско-технологическоеобеспечение машиностроительных производств»
18.03.01 «Химическая технология»
23.03.01 «Нефтегазовое дело»
29.03.05 «Конструирование изделий легкой промышленности»

очной и заочной формы обучения

Энгельс 2024

Основные понятия

Для зарядки разных по формуле проводников до одинакового потенциала φ, им необходимо сообщить различные заряды. Это свойство проводников характеризуется величиной, называемой электроемкостью уединенного проводника. **Электрическая емкость уединенного проводника** – это физическая величина, численно равная количеству электричества, на которое нужно изменить заряд проводника, чтобы его потенциал изменился на единицу:

$$C = \frac{q}{\varphi} \tag{1}$$

Электроемкость проводника зависит от формы и размеров внешней поверхности проводника, от расположения его относительно других проводников и величины диэлектрической проницаемости окружающей среды ε, но не зависит от материала, агрегатного состояния, формы и размеров полостей внутри проводника.

Единица электроемкости – фарад (Ф): 1Ф – емкость такого уединенного проводника, потенциал которого изменяется на 1В при сообщении ему заряда в 1Кл.

Известно, что потенциал уединенного шара радиуса R, находящегося в однородной среде с диэлектрической проницаемостью ε равен

$$\varphi = \frac{1}{4\pi\varepsilon_0} \cdot \frac{q}{\varepsilon R} \tag{2}$$

Тогда используя формулу (1), получаем, что емкость шара:

$$\mathrm{C}_{\text{шара}} = \frac{q}{\varphi} = \frac{q}{\frac{1}{4\pi\varepsilon_0} \cdot \frac{q}{\varepsilon R}} = 4\pi\varepsilon_0\varepsilon R \tag{3}$$

Отсюда следует, что емкостью в 1Ф обладал бы уединенный шар, находящийся в вакууме и имеющий радиус $C = \frac{q}{\varphi_1 - \varphi_2} = \frac{q}{U}$ км, что примерно в 1400 раз больше радиуса Земли (электроемкость Земли $\mathrm{C} \approx 0{,}7$ мФ). Следовательно, фарад – очень большая величина, поэтому на практике

используются дольные единицы – миллифарад (1мФ=10^{-3}Ф), микрофарад (1 мкФ=10^{-6}Ф), нанофарад (1нФ=10^{-9}Ф), пикофарад (1 пФ=10^{-12}Ф).

Из изложенного выше следует, что для того, чтобы проводник обладал большой емкостью, он должен иметь очень большие размеры. На практике, однако, необходимы устройства, обладающие способностью при малых размерах и небольших относительно окружающих тел потенциалах накапливать значительные по величине заряды, иными словами, обладать большой емкостью. Эти устройства получили название **конденсаторов**.

Если к заряженному проводнику приближать другие тела, то на них возникают индуцированные (на проводнике) или связанные (на диэлектрике) заряды, причем ближайшими к наводящему заряду q будут заряды противоположного знака. Эти заряды, естественно, ослабляют поле, создаваемое зарядом q, то есть понижают потенциал проводника, что приводит (см. формулу (1)) к повышению его электроемкости.

Конденсатор состоит из двух проводников (обкладок), разделенных диэлектриком. На емкость конденсатора не должны оказывать влияния окружающие тела, поэтому проводникам придают такую форму, чтобы поле, создаваемое накапливаемыми зарядами, было сосредоточено в узком зазоре между обкладками конденсатора. В зависимости от формы обкладок конденсаторы делятся на **плоские**, **цилиндрические** и **сферические**.

Так как поле сосредоточено внутри конденсатора, то линии напряженности начинаются на одной обкладке и кончаются на другой, поэтому свободные заряды, возникающие на разных обкладках, являются равными по модулю разноимёнными зарядами.

Под **емкостью конденсатора** понимается физическая величина, равная отношению заряда q, накопленного в конденсаторе, к разности потенциалов $(\varphi_1 - \varphi_2)$ между его обкладками

$$\mathrm{C} = \frac{q}{\varphi_1 - \varphi_2} = \frac{q}{U}, \qquad (4)$$

где U – напряжение на конденсаторе.

Плоский конденсатор состоит из двух параллельных металлических пластин площадью S каждая, расположенных на расстоянии d друг от друга и имеющих заряды $+q$ и $-q$. Емкость плоского конденсатора определяется по формуле:

$$C_{\text{пл.конд.}} = \frac{q}{U} = \frac{\varepsilon_0 \varepsilon S}{d} \quad (5)$$

$\varepsilon_0 = 8{,}85 \cdot 10^{-12} \frac{\text{Ф}}{\text{М}}$ – электрическая постоянная

ε – диэлектрическая проницаемость диэлектрика, заполняющего пространство между обкладками конденсатора.

Цилиндрический конденсатор состоит из двух полых коаксиальных цилиндров с радиусами r_1 и r_2 ($r_2 > r_1$), вставленных один в другой. Емкость цилиндрического конденсатора определяется по формуле:

$$C_{\text{цил.конд.}} = \frac{2\pi\varepsilon_0 \varepsilon l}{ln(r_2/r_1)} \quad (6)$$

где l – длина обкладок.

Сферический конденсатор состоит из двух концентрических обкладок, разделенных сферическим слоем диэлектрика. Емкость сферического конденсатора определяется по формуле:

$$C_{\text{сфер.конд.}} = 4\pi\varepsilon_0 \varepsilon \frac{r_1 \cdot r_2}{r_2 - r_1}, \quad (7)$$

где r_1 и r_2 – радиусы обкладок ($r_2 > r_1$).

Конденсаторы характеризуются **пробивным напряжением** – разностью потенциалов между обкладками конденсатора, при котором происходит **пробой** – электрический разряд через слой диэлектрика в конденсаторе.

Пробивное напряжение зависит от формы обкладок, свойств диэлектрика и его толщины. Для увеличения емкости и варьирования ее возможных значений конденсаторы соединяют в батареи, при этом используется их параллельное и последовательное соединение.

Параллельное соединение

При параллельном соединении конденсаторов **напряжение на обкладках конденсаторов одинаково** и равно U_{AB}.

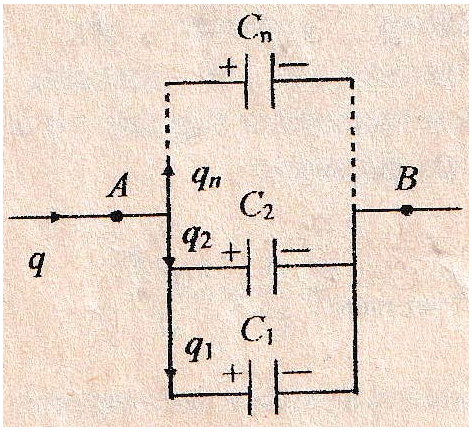

Рис. 1

$$U_1 = U_2 = U_n = U_{AB}$$

Заряд на каждом конденсаторе (из формулы (4))

$$q_1 = C_1 U_1 \quad q_2 = C_2 U_2 \quad \dots q_n = C_n U_n,$$

а заряд батареи конденсаторов

$$q = \sum_{i=1}^{n} q_i = q_1 + q_2 + \cdots + q_n = U_{AB}(C_1 + C_2 + \cdots + C_n)$$

Полная емкость батареи

$$C = \frac{q}{U_{AB}} = C_1 + C_2 + \cdots + C_n = \sum_{i=1}^{n} C_i \qquad (8)$$

т.е. *при параллельном соединении конденсаторов* **полная емкость батареи равна сумме емкостей отдельных конденсаторов**.

Последовательное соединение конденсаторов

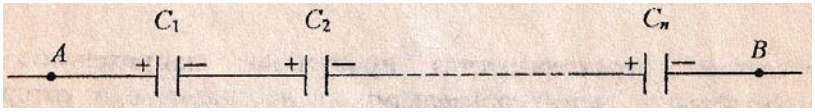

Рис. 2

При последовательном соединении конденсаторов заряды всех обкладок равны по модулю $q_{AB} = q_1 = q_2 = \cdots = q_n$, а напряжение на зажимах батареи

$$U_{AB} = \sum_{i=1}^{n} U_i = U_1 + U_2 + \cdots + U_n,$$

где для любого из рассматриваемых конденсаторов

$$U_1 = \frac{q_1}{C_1}, U_2 = \frac{q_2}{C_2}, \ldots, U_n = \frac{q_n}{C_n}, \text{а } U_{AB} = \frac{q_{AB}}{C}$$

Тогда

$$\frac{q_{AB}}{C} = \frac{q_1}{C_1} + \frac{q_2}{C_2} + \cdots + \frac{q_n}{C_n},$$

следовательно,

$$\frac{1}{\mathrm{C}} = \frac{1}{\mathrm{C}_1} + \frac{1}{\mathrm{C}_2} + \cdots + \frac{1}{\mathrm{C}_n} = \sum_{i=1}^{n} \frac{1}{C_i} \qquad (9)$$

т.е. *при последовательном соединении конденсаторов* **результирующая емкость C всегда меньше наименьшей емкости, используемой в батареи**.

Электроемкость плоского конденсатора, заполненного n слоями диэлектрика толщиной d_i каждый с диэлектрическими проницаемостями ε_i (см. рис. 3) вычисляется по формуле:

$$C = \frac{\varepsilon_0 S}{\frac{d_1}{\varepsilon_1} + \frac{d_2}{\varepsilon_2} + \cdots + \frac{d_n}{\varepsilon_n}}.$$

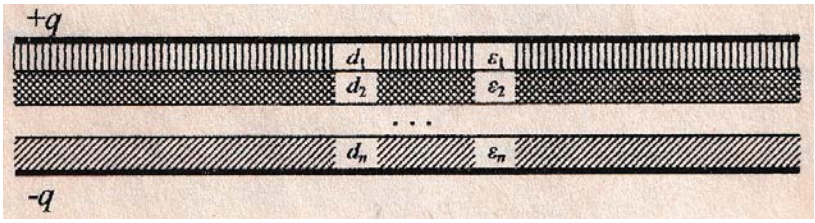

Рис. 3

Электроемкость плоского конденсатора, заполненного n слоями диэлектрика площадью S_i каждый с диэлектрическими проницаемостями ε_i (см. рис. 4) вычисляется по формуле:

$$C = \frac{\varepsilon_0}{d}(\varepsilon_1 S_1 + \varepsilon_2 S_2 + \cdots + \varepsilon_n S_n)$$

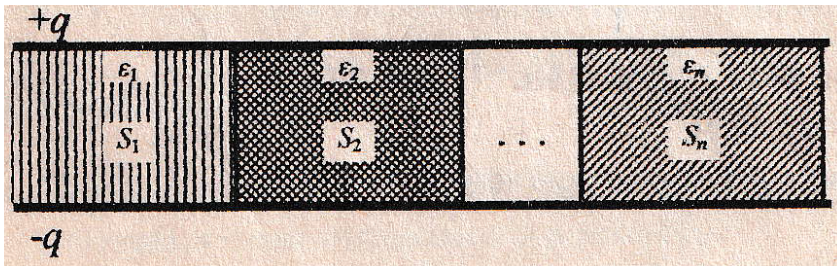

Рис. 4

Энергия электрического поля уединенного заряженного проводника:

$$W = \frac{1}{2}q\varphi = \frac{1}{2}C\varphi^2 = \frac{1}{2}\frac{q^2}{C}.$$

Энергия электрического поля заряженного плоского конденсатора:

$$W = \frac{1}{2}qU = \frac{1}{2}CU^2 = \frac{1}{2}\frac{q^2}{C}.$$

Теория метода

Для определения емкости конденсаторов в данной работе используется мостовая схема, питаемая переменным током частоты $\vartheta = 50$Гц.

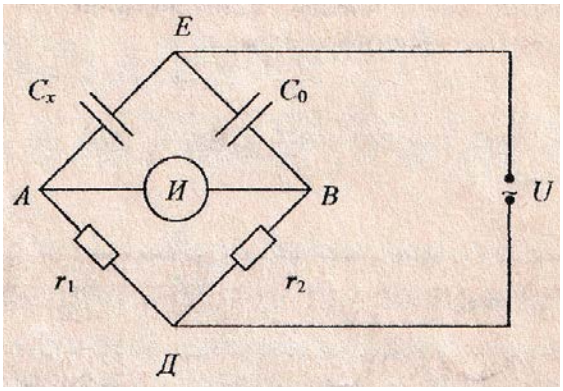

Рис. 5

На этой схеме C_x обозначает конденсатор с неизвестной емкостью, C_0 – конденсатор с известной емкостью, r_1 и r_2 – сопротивления плеч проволочного реохорда (в общем случае это безиндуктивные магазины сопротивлений).

Принцип измерения основан на нахождении такого положения движка реохорда Д, при котором ток через индикатор нуля И отсутствует.

$$\varphi_A = \varphi_B$$

Выведем условие равновесия. Количество электричества (заряд), прошедшего за время *dt* по ветви ДАЕ, равно:

$$q = I_1 dt,$$

а по закону Ома для участка цепи

$$I_1 = \frac{\varphi_{\text{Д}} - \varphi_A}{r_1},$$

тогда

$$q = \frac{\varphi_{\text{Д}} - \varphi_A}{r_1} dt. \tag{10}$$

С другой стороны, из определения емкости конденсатора следует, что тот же заряд

$$q = C_x(\varphi_A - \varphi_{\text{Е}}), \tag{11}$$

тогда приравниваем формулу (10) и (11):

$$\frac{\varphi_{\text{Д}} - \varphi_A}{r_1} dt = C_x(\varphi_A - \varphi_{\text{Е}}) \tag{12}$$

Аналогично для ветви ДВЕ:

$$\frac{\varphi_{\text{Д}} - \varphi_B}{r_2} dt = C_0(\varphi_{\text{В}} - \varphi_{\text{Е}}) = C_0(\varphi_{\text{А}} - \varphi_{\text{Е}}) \tag{13}$$

Из последних двух выражений, поделив (12) на (13) и учитывая, что $\varphi_A = \varphi_B$, получим:

$$C_x = C_0 \frac{r_2}{r_1} \tag{14}$$

Поскольку

$$r_1 = \rho \frac{l_1}{S} \qquad\qquad r_2 = \rho \frac{l_2}{S}$$

где ρ и S – удельное сопротивление и поперечное сечение проволоки реохорда, $l_1 =$ АД, $l_2 =$ ДВ – длины плечей реохорда, то

$$C_x = C_0 \frac{l_2}{l_1},$$

а так как

$$l_2 = l - l_1,$$

то

$$C_x = C_0 \frac{(l - l_1)}{l_1} \qquad (15)$$

Таким образом, если мы, включив в мостовую схему конденсатор с неизвестной емкостью C_x и эталонный конденсатор C_0, путем подбора соотношения r_2/r_1 добились отсутствия тока в диагонали моста, то соотношение (15) может быть использовано для определения емкости C_x.

Производство опыта

Установка состоит из двух неизвестных емкостей C_1 и C_2, гальванометра и магазина емкостей.

1. Включить в схему неизвестную емкость C_1 (клеммы 1 и 2). С помощью магазина емкостей добиться нулевых показаний гальванометра. Записать значение емкости C_1 мкФ.
2. Сбросить магазин емкостей по нулям. Вместо емкости C_1 включить в схему емкость C_2 (клеммы 3 и 4). Проделать пункт №1, измерив и записав значение C_2 мкФ.
3. Снова сбросить магазин емкостей по нулям. Включить в схему обе неизвестных емкости C_1 и C_2, сначала параллельно (клеммы 1 и 2, 3 и 4). Измерить $C_{\text{парал}}$ и записать значение. Затем последовательно (клеммы 1 и 3), измерить и написать значение $C_{\text{послед}}$.
4. Записать результаты измерений в таблицу 1.

Таблица 1

C_1, мкФ	C_2, мкФ	$C_{\text{парал}}$, мкФ	$C_{\text{послед}}$, мкФ

5. Зная C_1 и C_2, по формулам (8) и (9) рассчитать теоретические значения $\mathrm{C}_{\text{парал}}^{\text{теор}}$ и $\mathrm{C}_{\text{посл}}^{\text{теор}}$:

$$\mathrm{C}_{\text{парал}}^{\text{теор}} = C_1 + C_2$$

$$C_{\text{посл}}^{\text{теор}} = \frac{C_1 C_2}{C_1 + C_2}$$

6. Рассчитать погрешность измерений $C_{\text{парал}}$ и $C_{\text{послед}}$ по формулам:

$$\varepsilon_{\text{парал}} = \frac{\left|C_{\text{парал}}^{\text{теор}} - C_{\text{парал}}\right|}{C_{\text{парал}}^{\text{теор}}} \cdot 100\%$$

$$\varepsilon_{\text{послед}} = \frac{\left|C_{\text{послед}}^{\text{теор}} - C_{\text{послед}}\right|}{C_{\text{послед}}^{\text{теор}}} \cdot 100\%$$

7. Написать вывод к лабораторной работе и показать преподавателю.

ВОПРОСЫ ДЛЯ САМОПРОВЕРКИ

1. Что такое емкость, в каких единицах она измеряется?
2. Почему в данной работе мостовая схема питается переменным током?
3. Выведите условие равновесия моста.
4. Выведите формулы для параллельного и последовательного соединения конденсаторов.

ЛИТЕРАТУРА

1. Савельев И.В. Курс общей физики: в 3 т./И.В. Савельев. М.: Наука, 1998. Т.2.
2. Яворский Б.М. Курс физики: в 3 т./Б.М. Яворский, А.А. Детлаф, Л.И. Милковская. М.: Высшая школа, 1999. Т.2.
3. Трофимова Т.И. Курс физики/Т.И. Трофимова. М.: Высшая школа, 2002.
4. Учебные анимированные клипаты по физики ЭТИ СГТУ [Электронный ресурс] http://tfi.sstu.ru/
5. http://www.sstu.ru/studentu/
6. http://techn.sstu.ru/Biblioteka/
7. http://techn.sstu.ru/new/SubjectFGOS/SpisokPredmetow.aspx